

Г.А. СЕНДЕРОВИЧ, д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПИ"

ИЗМЕРЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕКУЩЕМ РЕЖИМЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

В статье обоснованы подходы цифро-аналогового преобразования дискретных выборок трехфазного периодического сигнала в частотные составляющие, представляемые комплексными числами. Особенностью преобразования является получение токов и напряжений трехфазной электрической сети, а также их гармонических составляющих, в виде векторов на единой комплексной плоскости.

Ключевые слова: контрольно-измерительные комплексы, трехфазная электрическая сеть, высшие гармоники, единая комплексная плоскость

Введение. При оценке качества электрической энергии (КЭ) с определением долевого участия поставщиков и потребителей в ответственности и за нарушения требований ГОСТ [1] спектральный анализ несинусоидальных кривых напряжений, широко используемый для оценки КЭ, оказывается недостаточным. Возникает потребность в получении токов и напряжений трехфазной электрической сети, а также их гармонических составляющих, в виде векторов на единой комплексной плоскости. Решать эту задачу для текущих режимов электрической сети позволяют современные контрольно-измерительные комплексы.

Целью статьи является обоснование цифро-аналогового преобразования выборок трехфазного периодического сигнала в гармонические составляющие токов и напряжений, связанные единой комплексной плоскостью. Цифровой регистратор фиксирует дискретные значения трех напряжений и фазных токов. Преобразование дискретных выборок продолжительного периодического сигнала для заданной временной области в частотные составляющие, представляемые комплексными числами, не является задачей новой, решается путем использования дискретных преобразований Фурье. Для сорока рассматриваемых гармоник напряжений, что соответствует требованиям [1], и m выборок прямые дискретные преобразования Фурье можно представить в матричной форме через комплексные числа [2]:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}(f_1) \\ \vdots \\ \underline{U}(f_k) \\ \vdots \\ \underline{U}(f_{40}) \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \cdot \begin{bmatrix} 1 \underline{W}^0 & \dots & \underline{W}^{k-1} & \dots & \underline{W}^{m-1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 \underline{W}^k & \dots & \underline{W}^{2k-1} & \dots & \underline{W}^{k(m-1)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 \underline{W}^{40} & \dots & \underline{W}^{40(m-1)} & \dots & \underline{W}^{40(m-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_i) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

© Г.А. Сендерович, 2013

где $\underline{U}(f_k)$ – комплексное значение k -ой гармоники напряжения;

\underline{W} – единичный вектор ($\underline{W} = e^{-j\frac{2\pi}{m}}$);

$u(t_i)$ – i -я выборка из m значений напряжения для заданного диапазона усреднения;

В сжатом виде уравнение (1) можно записать как

$$\underline{\bar{U}}(f_k) = \frac{1}{m} \cdot \underline{\bar{W}}^{ki} \cdot \underline{\bar{u}}(t_i), \quad (2)$$

где $\underline{\bar{U}}(f_k)$ – вектор-столбец сорока гармонических составляющих напряжения;

$\underline{\bar{u}}(t_i)$ – вектор-столбец m значений выборок напряжения;

$\underline{\bar{W}}^{ki}$ – матрица размера $m \times 40$ единичных векторов ($\underline{W} = e^{-j\frac{2\pi}{m}}$).

Систему комплексных уравнений (1) представим в вещественном виде. Так, для k -го уравнения можно записать, что

$$\underline{U}(f_k) = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\underline{W}^{ki} \cdot u(t_i)] = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\cos \psi_{ki} + j \sin \psi_{ki}] \cdot u(t_i), \quad (3)$$

где $\psi_{ki} = -k \frac{2\pi i}{m}$.

Комплексное уравнение (3) заменим системой двух вещественных уравнений, составленных для его действительной и мнимой составляющих.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \underline{U}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\cos \psi_{ki} \cdot u(t_i)] \\ \operatorname{Im} \underline{U}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\sin \psi_{ki} \cdot u(t_i)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Аналогично уравнениям (4) систему комплексных уравнений (1) заменим двумя системами вещественных уравнений:

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \underline{U}(f_1) \\ \vdots \\ \operatorname{Re} \underline{U}(f_k) \\ \vdots \\ \operatorname{Re} \underline{U}(f_{40}) \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{m} & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} i & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} (m-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{m} k & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} ki & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} k(m-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{m} 40 & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} 40 i & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} 40(m-1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_i) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \text{Im} \underline{U}(f_1) \\ \vdots \\ \text{Im} \underline{U}(f_k) \\ \vdots \\ \text{Im} \underline{U}(f_{40}) \end{bmatrix} = -\frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & \sin \frac{2\pi}{m} & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} i & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} (m-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \frac{2\pi}{m} k & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} kt & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} k(m-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \frac{2\pi}{m} 40 & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} 40 i & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} 40(m-1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_i) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Комплексное матричное уравнение (2) преобразуется в систему вещественных матричных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \text{Re} \underline{U}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}(t_i); \\ \text{Im} \underline{U}(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}(t_i). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Система уравнений (7) описывает измерение ортогональных составляющих гармоник напряжений одной фазы. Для получения напряжений по трем фазам в единой комплексной плоскости следует произвести одновременное сканирование фазных напряжений, что приведет к расширению системы уравнений (7):

$$\left. \begin{aligned} \text{Re} \underline{U}_A(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_A(t_i); \\ \text{Im} \underline{U}_A(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_A(t_i); \\ \text{Re} \underline{U}_B(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_B(t_i); \\ \text{Im} \underline{U}_B(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_B(t_i); \\ \text{Re} \underline{U}_C(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_C(t_i); \\ \text{Im} \underline{U}_C(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} kt} \cdot \underline{u}_C(t_i). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Определение модулей комплексных величин известно и для k -й гармоники фазных напряжений выглядит как

$$\left. \begin{aligned} U_A(f_k) &= \sqrt{\text{Re} U_A^2(f_k) + \text{Im} U_A^2(f_k)}; \\ U_B(f_k) &= \sqrt{\text{Re} U_B^2(f_k) + \text{Im} U_B^2(f_k)}; \\ U_C(f_k) &= \sqrt{\text{Re} U_C^2(f_k) + \text{Im} U_C^2(f_k)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Аргументы комплексных значений k -х гармонических составляющих фазных напряжений должны определяться для всей комплексной плоскости с областью изменения $0 \leq \Psi < 2\pi$:

$$\left. \begin{aligned} \psi_A(f_k) &= \text{Arctg} \frac{\text{Im} U_A(f_k)}{\text{Re} U_A(f_k)}; \\ \psi_B(f_k) &= \text{Arctg} \frac{\text{Im} U_B(f_k)}{\text{Re} U_B(f_k)}; \\ \psi_C(f_k) &= \text{Arctg} \frac{\text{Im} U_C(f_k)}{\text{Re} U_C(f_k)}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Обратные тригонометрические функции в общем случае являются многозначными и дают однозначный ответ только на главной ветви. Для арктангенсов главная ветвь соответствует области: $-\pi/2 < \text{arctg} \Psi < \pi/2$. Значения аргумента Ψ комплексного значения напряжения \underline{U} можно определить, зная квадрант, в котором расположен вектор и угол ψ , определяемый соотношением проекций вектора на оси комплексной плоскости. При этом достаточно использовать область изменения угла $0 \leq \text{arctg} \psi < \pi/2$:

$$\psi = \text{arctg} \left| \frac{\text{Im} U}{\text{Re} U} \right|. \quad (11)$$

В зависимости от квадранта расчет по формуле (11) дает угол ψ , расположенный по-разному относительно вектора напряжения (рис. 1). Расчет аргумента Ψ в зависимости от квадранта приведен в табл. 1. Там же даны признаки определения квадрантов и аргументов при попадании вектора напряжения на оси комплексной плоскости.

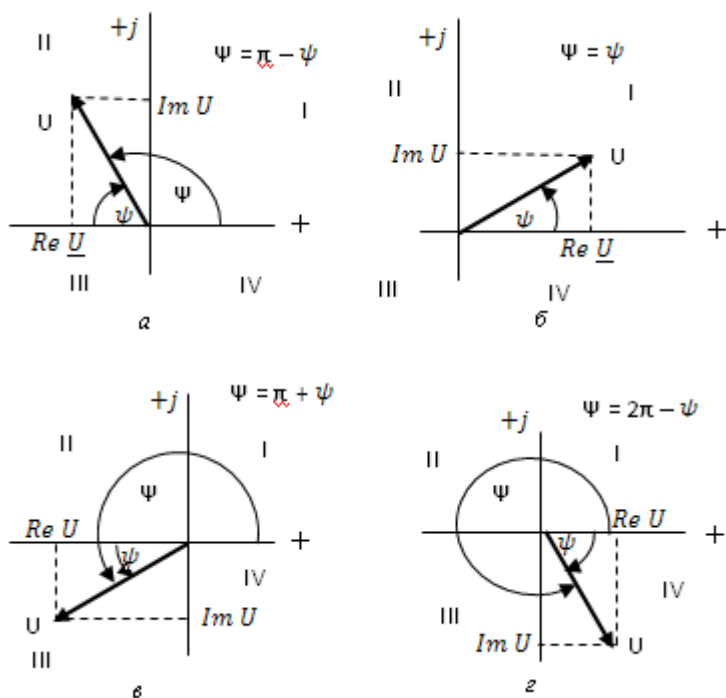


Рис. 1 - Расчет аргумента комплексного значения при расположении вектора напряжения в разных квадрантах: а - в II; б - в I; в - в III; г - в IV.

Таблица – Расчетные выражения для определения аргумента вектора напряжения

Расположение вектора	Re	Im	Ψ	Расчет Ψ
Ось + Re	$\text{Re } \underline{U} > 0$	$\text{Im } \underline{U} = 0$	$\Psi = 0$	–
I квадрант	$\text{Re } \underline{U} > 0$	$\text{Im } \underline{U} > 0$	$0 < \Psi < \pi/2$	$\Psi = \psi$
Ось + jIm	$\text{Re } \underline{U} = 0$	$\text{Im } \underline{U} > 0$	$\Psi = \pi/2$	–
II квадрант	$\text{Re } \underline{U} < 0$	$\text{Im } \underline{U} > 0$	$\pi/2 < \Psi < \pi$	$\Psi = \pi - \psi$
Ось – Re	$\text{Re } \underline{U} < 0$	$\text{Im } \underline{U} = 0$	$\Psi = \pi$	–
III квадрант	$\text{Re } \underline{U} < 0$	$\text{Im } \underline{U} < 0$	$\pi < \Psi < 3\pi/4$	$\Psi = \pi + \psi$
Ось – jIm	$\text{Re } \underline{U} = 0$	$\text{Im } \underline{U} < 0$	$\Psi = 3\pi/4$	–
IV квадрант	$\text{Re } \underline{U} > 0$	$\text{Im } \underline{U} < 0$	$3\pi/4 < \Psi < 2\pi$	$\Psi = 2\pi - \psi$

При определении гармонических составляющих фазных напряжений выполняется расчет проекций векторов фазных напряжений на ортогональные оси комплексной плоскости для сорока

гармоник ($k = 1 \rightarrow 40$) в соответствии с (8). Расчет проекций всех фазных напряжений производится в единой (общей) комплексной плоскости для каждой k -й гармоники по дискретным выборкам в диапазоне усреднения Δt ($\Delta t = 3$ с в соответствии с [1]). Количество выборок m за период основной частоты T зависит от схемотехники и класса точности прибора (в АНТЭС АК-3Ф $m = 100$). Расчет модулей (9), аргументов (10) комплексных значений выполняется для каждой из трех фаз в соответствии с табл. 1. Аргументы всех комплексных величин приведены к вектору напряжения первой гармоники фазы А, который принят за начальный вектор ($\arg \underline{U}_A(f_1) = 0$). Так, для k -й гармоники

$$\left. \begin{aligned} \arg \underline{U}_A(f_k) &= \Psi_A(f_k) - \Psi_A(f_1); \\ \arg \underline{U}_B(f_k) &= \Psi_B(f_k) - \Psi_A(f_1); \\ \arg \underline{U}_C(f_k) &= \Psi_C(f_k) - \Psi_A(f_1). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Расчет симметричных составляющих фазных токов выполняется с применением формул аналогичных (1)-(12). Аргументы комплексных значений гармонических составляющих токов также должны быть приведены к вектору напряжения первой гармоники фазы А. Соответственно, в формулах (12), представленных для токов, используется тоже вычитаемое $\Psi_A(f_1)$.

Выводы. Рассмотренные цифро-аналоговые преобразования позволяют получить в заданном интервале времени математическое описание векторных значений гармонических составляющих токов и напряжений трехфазной электрической сети, связанных общей комплексной плоскостью.

Список литературы: 1. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 13109-97. – [Введ. в Украине 01.01.2000]. – Минск: ИПК. Изд-во стандартов, 1998. – 30 с. – (Межгосударственный стандарт стран СНГ). 2. Арриллага Дж. Гармоники в электрических сетях: Пер. с англ / Дж. Арриллага, Д. Брэдли, П. Боджер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

Надійшла до редколегії 27.09.2013

УДК 621.311

Измерение гармонических составляющих токов и напряжений в текущем режиме трехфазной электрической сети / Сендерович Г.А. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. – Харків. НТУ "ХПІ". – 2013. № 59 (1032). С. 124 - 130

У статті обґрунтовані підходи цифро-аналогового перетворення дискретних вибірок трифазного періодичного сигналу в частотні складові, що представляються

комплексними числами. Особливістю перетворення є одержання струмів і напруг трифазної електричної мережі, а також їх гармонійних складових, у виді векторів на єдиній комплексній площині.

Ключові слова: контрольно-вимірювальні комплекси, трифазна електрична мережа, вищі гармоніки, єдина комплексна площина

Approaches of digital-to-analog transformation of discrete selections of a three-phase periodic signal in the frequency components represented by complex numbers are proved in the article. Obtaining current and voltage three-phase network, as well as their harmonic components as vectors in the complex plane is a unified feature of the conversion.

Keywords: control and measuring complexes, three-phase electric network, the highest harmonicas, uniform complex plane